

## Примерные задачи для контрольной работы №2.

(Можно пользоваться книгами, конспектами и лекциями)

1. В чем физическая природа взаимодействия ван дер Ваальса? Как зависит энергия дисперсионного взаимодействия двух атомов от расстояния между ними? Выведите формулу для энергии дисперсионного взаимодействия (на единицу площади) двух плоских макроскопических тел, расстояние между которыми составляет  $h$ . Чему равно расклинивающее давление?
2. Что такое константа Гамакера? От чего зависит эта величина? Какова её размерность и типичное значение в сравнении с  $k_B T$ . Как константа Гамакера связана с поляризуемостью молекулы? Какие поверхности называют низкоэнергетическими? Высокоэнергетическими?
3. Используя аппроксимацию Дерягина, найдите энергию дисперсионного взаимодействия сферы радиуса  $R=5$  мкм и плоского макроскопического тела, находящегося от поверхности сферы на расстоянии  $h=5$  нм в воде. Константа Гамакера  $A=2 \cdot 10^{-20}$  Дж. Какова будет сила взаимодействия? Это сила притяжения или отталкивания? Что изменится в случае микропузырька того же радиуса?
4. Теория растворов электролитов. Уравнение Пуассона-Больцмана. Уравнения Дебая-Хюккеля. Длина Бьеррума и Дебая. Двойной электрический слой. ДЭС как плоский конденсатор. Суперконденсаторы.
5. Опишите структуру ДЭС вблизи твердой плоской заряженной поверхности, погруженной в раствор электролита. Что такое слой Штерна? Что такое  $\zeta$ -потенциал? Запишите формулу Смолуховского скорости электроосмотического течения под действием внешнего поля  $E_0$ . Как связаны  $\zeta$  и поверхностная плотность заряда  $q$  в случае малых  $\zeta$ ?
6. Примеры проявления дальнедействующих сил в явлениях смачивания. Удельная энергия тонкой плёнки. Энергия взаимодействия. Расклинивающее давление и его связь с химическим потенциалом.
7. Расклинивающее давление. Методы измерения (объясните принципы, сравните достоинства и недостатки)
8. В чем заключается суть метода Шелудко для измерения расклинивающего давления? Изобразите схематически экспериментальную установку. Как по результатам эксперимента найти расклинивающее давление?
9. Выведите формулу для натяжения смачивающей плёнки двумя способами: (а) рассмотрев изменение энергии пленки при изменении площади, и (б) рассмотрев силы в равновесии.
10. В чем суть и преимущества аппроксимации Дерягина. Как связаны сила и удельная энергия взаимодействия для геометрий сфера-плоскость, сфера-сфера и для скрещенных цилиндров. Посчитайте силу ван дер Ваальса, действующую между сферами с радиусами  $R_1=10$  мкм и  $R_2=15$  мкм, расстояние между которыми  $h=5$  нм. Константа Гамакера  $A=10^{-19}$  Дж. Это сила притяжения или отталкивания?
11. Выведите формулу для силы ван дер Ваальса между двумя скрещенными цилиндрами с радиусами  $R_1$  и  $R_2$ , выразив её через удельную энергию взаимодействия плоских поверхностей. Чему равна сила, если  $R_1=20$  микрон,  $R_2=15$  микрон расстояние между

поверхностями 10 нм. Константа Гамакера  $A=4 \cdot 10^{-19}$  Дж. Это сила притяжения или отталкивания?

12. Найдите расклинивающее давление и энергию взаимодействия ван дер Ваальса для двух параллельных кварцевых цилиндров радиуса  $R=1$  мкм, если расстояние между поверхностями  $h=12$  нм, а константа Гамакера  $A=5.5 \cdot 10^{-20}$  Дж.
13. Зонд кантилевера АСМ имеет форму конуса с углом полураствора 30 градусов и находится на расстоянии 8 нм от плоской поверхности. Найдите силу ван дер Ваальса, действующую на зонд ( $A=8 \cdot 10^{-20}$  Дж).
14. Маленькая кварцевая сфера «висит» на кварцевой плоскости за счет дисперсионного взаимодействия. С увеличением радиуса увеличивается масса сферы, и, в конце концов, она отрывается от плоскости. Найдите радиус, при котором произойдет «отрыв». Плотность кварца  $3000 \text{ кг/м}^3$ , межатомное расстояние примерно 0.17 нм, константа Гамакера  $6 \cdot 10^{-20}$  Дж.
15. Чему равна сила дисперсионного взаимодействия (на единицу площади) двух плоских параллельных молекулярных слоев (толщиной в одну молекулу), находящихся на расстоянии  $h$  друг от друга, если число молекул на единицу площади составляет  $s_1$  и  $s_2$  для первой и второй плоскостей соответственно?
16. Вычислить потенциал и напряженность электрического поля внутри и вне шара радиуса  $R$  из однородного диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ , равномерно заряженного по объёму (плотность заряда  $\rho$ ). Снаружи шара вакуум ( $\epsilon=1$ ). Что изменится, если снаружи шара будет раствор электролита?
17. Найти потенциал и напряженность электрического поля внутри и вне шара радиуса  $R$  из однородного диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$ , поверхность которого равномерно заряжена (поверхностная плотность заряда  $\sigma$ ). Снаружи шара вакуум ( $\epsilon=1$ ). Что изменится, если снаружи шара будет раствор электролита?
18. Бесконечно длинный цилиндр радиуса  $R$  из диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon_1$  равномерно заряжен по объёму (плотность заряда  $\rho$ ) находится в диэлектрике с проницаемостью  $\epsilon_2$ . Найти потенциал и напряженность электрического поля внутри и вне цилиндра. Что изменится, если снаружи шара будет раствор электролита?
19. Бесконечно длинный цилиндр радиуса  $R$  из диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon_1$ , по поверхности которого равномерно распределен заряд (поверхностная плотность заряда  $\sigma$ ), находится в диэлектрике с проницаемостью  $\epsilon_2$ . Найти потенциал и напряженность электрического поля внутри и вне цилиндра. Что изменится, если снаружи шара будет раствор электролита?
20. Ион  $\text{Na}^+$  находится в воде на расстоянии 2 нм от поверхности с воздухом. Какова величина силы, действующей на ион со стороны поляризованных зарядов поверхности? Куда направлена эта сила?
21. Заряд  $q$  находится на расстоянии  $d$  от центра заземленного металлического шара радиуса  $R$ . Найти направление и величину силы, действующей на заряд. Что изменится, если заряд находится в растворе электролита?
22. Плоская поверхность с равномерно распределенным зарядом помещена в электролит. Как выглядит выражение для распределения потенциала в рамках приближений Дебая-

Хюккеля и Гуи-Чепмэна. В каких условиях применимы эти приближения? Каков физический смысл длины Гуи-Чепмэна и длины Дебая-Хюккеля? Вычислите длину ДХ для 0.1 М раствора NaCl в воде. Чему равна длина ГЧ вблизи плоскости с плотностью заряда  $-1 \text{ мКл/см}^2$ , если в растворе присутствуют только одновалентные противоионы?

23. Выведите уравнение Пуассона-Больцмана из уравнений электростатики. Как выглядит это уравнение в пределе Дебая-Хюккеля? Когда применима модель ДХ? Как зависит длина Дебая-Хюккеля от концентрации ионов?
24. Выведите уравнение Пуассона-Больцмана из уравнений электростатики. Запишите это уравнение в случае отсутствия соли (ионы одного знака) и для электролита 2:1 (с учетом электронейтральности системы).
25. Рассмотрим две одинаково заряженных сферических частицы с поверхностным потенциалом 25 мВ. Константа Гамакера  $7 \cdot 10^{-20}$  Дж. Определите расстояние  $h_0$ , для которого потенциал взаимодействия ДЛФО проходит через 0 (между барьером и первичным минимумом). Предположите  $h_0 \ll \lambda_D$ .
26. Для многих коллоидных систем найдено, что критическая концентрация коагуляции пропорциональна валентности электролита в степени -6. Это эмпирическое правило Шульца-Гарди. Объясните, почему это правило согласуется с теорией ДЛФО в случае больших потенциалов поверхности. Как это правило должно быть модифицировано, если потенциалы поверхностей малы?
27. Какие межфазные транспортные явления Вы знаете? Как можно управлять потоком жидкости с помощью электрического поля, градиента температуры и/или концентрации? Что такое диффузиофорез? Какие потенциальные области применения диффузиофореза Вы можете назвать?
28. Выведите уравнение Грэма, используя теорию Гуи-Чепмэна. Какие величины связывает это уравнение? Найдите электроёмкость двойного электрического слоя (в расчете на единицу площади). Чему равна ёмкость ДЭС в пределе слабых потенциалов?
29. Плоская поверхность, содержащая одну ионизированную группу на каждые  $16 \text{ нм}^2$ , помещена в водный раствор  $10 \text{ ммоль/л}$  NaCl. Чему равен потенциал поверхности (при комнатной температуре)?
30. Найдите распределение электрического потенциала вокруг сферической коллоидной частицы, помещенной в раствор 1:1 электролита. Потенциал поверхности частицы  $\psi_0$  можно считать слабым.
31. В водный коллоидный раствор монодисперсных сферических частиц кремния радиусом  $1 \text{ мкм}$  постепенно добавляют NaCl. В рамках теории ДЛФО вычислите критическую концентрацию коагуляции, считая, что потенциал поверхности частиц составляет  $-20 \text{ мВ}$  и не зависит от концентрации соли, а константа Гамакера  $0.4 \cdot 10^{-20}$  Дж.
32. Две гидрофильные сферических частицы радиуса  $R$ , расстояние между поверхностями которых  $h_0$ , начинают двигаться навстречу друг к другу со скоростью  $v_0$  (сообщён внешний импульс). Объясните, почему уравнение сближения частиц имеет вид  $mv \frac{dv}{dh} = F_h - \frac{dU}{dh}$ , где  $U$  – потенциальная энергия взаимодействия частиц. Объясните, почему динамический

аналог критерия коагуляции ДЛФО имеет вид  $\frac{dU}{dh_1} = 0$ ,  $U(h_1) = \frac{mv^2(h_1)}{2}$ , где  $h_1$  –

расстояние, при достижении которого наступает коагуляция (абсцисса потенциального барьера). Произойдет ли агрегация при  $R=1$  мкм,  $v_0 = 1$  мм/с,  $h_1 = 10$  нм и  $h_0 = 2$  мкм. Что изменится, если коагулируют аналогичные гидрофобные частицы?

33. В чем суть теории быстрой коагуляции Смолуховского? Какие основные приближения использованы в данной теории, и каковы границы её применимости? Как зависит концентрация частиц от времени? Как определить постоянную скорости коагуляции из экспериментальных данных?
34. Как зависит от концентрации скорость быстрой коагуляции в теории Смолуховского? Как зависит константа скорости коагуляции от температуры, вязкости дисперсионной среды и радиуса частиц? Для водного коллоидного раствора с начальной концентрацией  $5 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$  найдите время, за которое концентрация уменьшится в три раза ( $T=300 \text{ К}$ ).
35. Коллоидная (водная) дисперсия сферических частиц радиусом 50 нм начинает коагулировать. В рамках теории быстрой коагуляции рассчитайте концентрацию частиц в моменты времени 50, 100 и 150 секунд с момента начала коагуляции, если начальная концентрация  $20 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3}$ , а температура  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ .
36. Найти скорость электроосмотического течения 0.1 М водного раствора NaCl вблизи плоскости, заряженной отрицательно с поверхностной плотностью  $-0.5 \text{ мКл/мм}^2$  для случаев, если (а) скольжение отсутствует, и (б) длина скольжения составляет 10 нм. Как направлена скорость по отношению к вектору напряженности приложенного электрического поля?
37. Найти расход  $Q$  электролита (1:1, концентрация 0.01 М, вязкость  $0.001 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $\epsilon=80$ ) в плоском канале толщиной 1 мкм в продольном электрическом поле напряженности  $E_0=30 \text{ В/см}$ , если  $\zeta=30 \text{ мВ}$  (для обеих поверхностей). Какой градиент давления необходимо приложить, чтобы достичь такого же значения  $Q$  для течения Пуазейля?
38. В плоско-параллельном канале толщиной 10 мкм поверхности содержат одну (положительно) ионизированную группу на каждые  $25 \text{ нм}^2$ . Канал заполнен водным раствором NaCl, концентрация 0.1 моль/л. Электрическое поле  $E_0=20 \text{ В/см}$  приложено так, что вектор напряженности образует угол  $60$  градусов с нормалью к плоскостям-границам канала. Найдите расход жидкости через канал. Каково направление течения жидкости?
39. Цилиндрический капилляр радиуса 10 мкм и длиной 5 см изготовлен из стекла. Дзета-потенциал стекла в водном растворе KCl (0.01 М) составляет  $-30 \text{ мВ}$ . Вдоль капилляра приложена разность потенциалов 5 В. С какой скоростью ( и в каком направлении) будет течь жидкость?
40. Цилиндрический капилляр радиуса 25 мкм и длиной 5 см изготовлен из стекла. Дзета-потенциал стекла в водном растворе KCl (0.01 М) составляет  $-30 \text{ мВ}$ . Вдоль капилляра приложена разность потенциалов 5 В, причем капилляр запаян с того конца, где потенциал ниже. Найти разность давлений на концах капилляра.
41. Цилиндрический капилляр радиуса 1 мм и длиной 7 см изготовлен из стекла. Дзета-потенциал стекла в водном растворе KCl (0.01 М) составляет  $-30 \text{ мВ}$ . Разность давлений на концах капилляра составляет 1 Па. Найдите потенциал течения.

42. Плоскость, помещенная в водный раствор электролита, обладает дзета-потенциалом  $-25$  мВ. На расстоянии  $1$  см от этой плоскости находится другая (параллельная ей) не заряженная плоскость, которая движется со скоростью  $5$  см/с (между плоскостями возникает течение Куэтта). Найдите заряд, переносимый потоком за единицу времени.
43. Для наблюдения за электроосмотическим течением жидкости в капилляре в нее были помещены сферические полистирольные частицы радиусом  $50$  нм с флуоресцентными метками (маркерами). Для того, чтобы частицы не агрегировали, их поверхность сульфонирована, в результате чего она приобрела потенциал  $-20$  мВ. Являются ли данные частицы хорошими маркерами для указанного эксперимента? Почему? Оцените скорость частиц в поле  $E_0 = 20$  В/см.
44. Объяснить физическую природу электроосмоса «индуцированного заряда» (ICEO). Почему этот эффект нелинейный ( $\sim E^2$ )? Найти  $\zeta$ -потенциал и скорость нелинейного электроосмотического течения вблизи поверхности проводящего незаряженного шара радиусом  $R$ , помещенного в  $0.1$  М водный раствор KCl, в постоянном электрическом поле  $E_0$ . Радиус шара велик по сравнению с радиусом Дебая. Что произойдет, если шар будет заряжен? Оценить максимальную скорость жидкости у поверхности шара и характерное время образования экранирующего слоя, если  $R=1$  см,  $E_0=25$  В/см, удельная электропроводность раствора  $0.1$  Ом $^{-1}$ см $^{-1}$ .
45. Объяснить физическую природу электроосмоса «индуцированного заряда» (ICEO). Почему этот эффект нелинейный ( $\sim E^2$ )? Возможен ли данный эффект в переменных полях? Оцените скорость жидкости ( $1$  М водный раствор NaCl, удельная электропроводность  $0.18$  Ом $^{-1}$ см $^{-1}$ ) вблизи проводящего (незаряженного) шара радиуса  $R=2$  мм, если амплитуда напряженности поля  $E_0=20$  В/см, а частота  $50$  Гц.
46. Объяснить физическую природу электроосмоса «индуцированного заряда» (ICEO). Почему этот эффект нелинейный ( $\sim E^2$ )? Найти  $\zeta$ -потенциал и скорость нелинейного электроосмотического течения вблизи поверхности длинного незаряженного металлического цилиндра, помещенного в электролит, в постоянном электрическом поле  $E_0$ , ортогональном оси цилиндра. Радиус Дебая мал по сравнению с масштабом течения.
47. Найти скорость диффузио-осмотического течения разбавленного раствора электролита вблизи заряженной плоскости, если имеется градиент концентрации ионов  $dC/dx=10$  М/см. ( $T=300$  К,  $\eta=0.001$  Па·с,  $\zeta=100$  мВ). При какой величине напряженности внешнего электрического поля достигается такая же скорость электроосмотического скольжения при однородном распределении растворенной соли?
48. Докажите, что при измерении поверхностных сил в АСМ геометрии «сфера-сфера» и «скрещенные цилиндры» эквивалентны геометрии «сфера-плоскость», если  $R \gg h$ . Каков радиус эквивалентной сферы  $R_e$ , если взаимодействуют цилиндры с радиусом  $R_1$ ? Сферы  $R_1$  и  $R_2$ ?
49. Кварцевая сфера  $R$  движется (в водном  $10^{-5}$  М растворе 1:1 электролита) от кварцевой пластины со скоростью  $v$ . Чему равна гидродинамическая сила  $F_h$ , действующая на плоскость и куда она направлена? Посчитайте  $F_h(h)$  для  $R=5$  см и  $80$  мкм, и  $v=20$  мкм/с,  $h=0.1$  мкм. Сравните величину  $F_h(h)$  с величиной силы ван-дер-Ваальса ( $A=6.3 \cdot 10^{-19}$  Дж).
50. Два параллельных диска радиуса  $R$  погружены в воду и сближаются с постоянной скоростью  $V$ . Найдите распределение давления в пространстве между дисками и силу гидродинамического сопротивления, если расстояние между дисками  $h \ll R$ .

51. Чему равна сила гидродинамического сопротивления, действующая на погруженные в воду сферы радиусов 1 см и 2 см, сближающиеся со скоростью 1 мкм/с, если расстояние между поверхностями составляет 10 мкм? Как изменится результат, если сферы заменить на скрещенные по углом  $90^\circ$  цилиндры с радиусом 1 см? Если одну из сфер заменить плоскостью, а вторую – эллипсоидом вращения с полуосями 1 см, 1 см и 0.5 см так, что малая полуось будет ортогональна плоскости?
52. Что такое мицелла? Как она образуется? Какие бывают мицеллы? Оцените объем, площадь поверхности и число молекул в мицелле, если объем алифатической группы  $=V$ , а площадь полярной «головы» молекулы  $=S$ . Что происходит при температуре Крафта? Какие еще бывают типы агрегатов ПАВ?
53. Нанопора в виде плоской щели ширины  $h$  находится в равновесии с электролитом (1:1). Поверхность нанопоры заряжена электрически (поверхностная плотность  $\sigma=3$  мКл/м<sup>2</sup>). В случае  $h < 2\lambda_D$  вычислите концентрацию положительных и отрицательных ионов внутри поры, а также разность потенциалов снаружи и внутри поры для  $h=3$  нм,  $n_0=0.0001$  М,  $T=300$  К.
54. Нанопора в виде плоской щели ширины 5 нм находится в равновесии с большим объемом 0.0001 М раствора NaCl. Поверхность нанопоры равномерно заряжена. Известно, что скачок потенциала на границе поры и резервуара составляет 2 В. Найдите величину плотности поверхностного заряда внутри поры.
55. Чему равно электростатическое расклинивающее давление в плоской щели (шириной 20 нм) с поверхностным потенциалом  $\psi_0=50$  мВ, заполненной  $10^{-6}$  М раствором NaCl.